



Grundlagen der Informatik und Programmierung 2

Ausgewählte Algorithmen auf Graphen

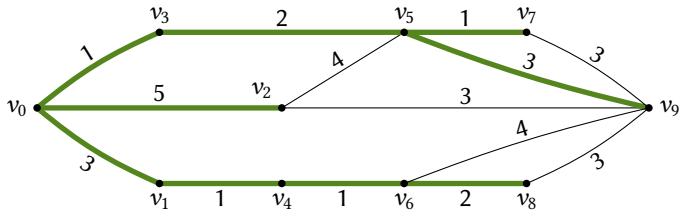
Kruskal-Algorithmus

Prof. Dr. Tom Vierjahn

Visual Computing (<https://vc.w-hs.de>)
Fachbereich Wirtschaft und Informationstechnik
Campus Bocholt

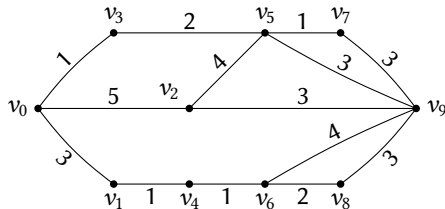
Sommersemester 2020





Kruskal-Algorithmus¹

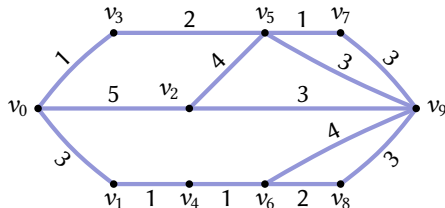
Initialisierung



Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

¹benannt nach dessen Erfinder Joseph Bernard Kruskal, Jr. (1928–2010)

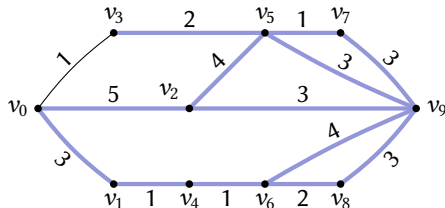


zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- ▶ $w = 1: \{v_0, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_4, v_6\}, \{v_5, v_7\}$
- ▶ $w = 2: \{v_3, v_5\}, \{v_6, v_8\}$
- ▶ $w = 3: \{v_0, v_1\}, \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- ▶ $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- ▶ $w = 5: \{v_0, v_2\}$

Knotenmengen
zur Zyklerkennung:

- ▶ $V_0 = \{v_0\}$
- ▶ $V_1 = \{v_1\}$
- ▶ $V_2 = \{v_2\}$
- ▶ $V_3 = \{v_3\}$
- ▶ $V_4 = \{v_4\}$
- ▶ $V_5 = \{v_5\}$
- ▶ $V_6 = \{v_6\}$
- ▶ $V_7 = \{v_7\}$
- ▶ $V_8 = \{v_8\}$
- ▶ $V_9 = \{v_9\}$

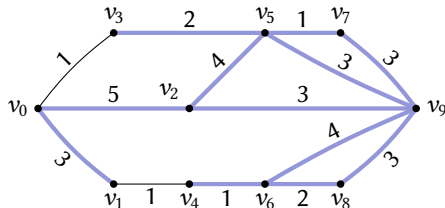


zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- ▶ $w = 1: \{v_1, v_4\}, \{v_4, v_6\}, \{v_5, v_7\}$
- ▶ $w = 2: \{v_3, v_5\}, \{v_6, v_8\}$
- ▶ $w = 3: \{v_0, v_1\}, \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- ▶ $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- ▶ $w = 5: \{v_0, v_2\}$

Knotenmengen
zur Zyklerkennung:

- ▶ $V_0 = \{v_0, v_3\}$
- ▶ $V_1 = \{v_1\}$
- ▶ $V_2 = \{v_2\}$
- ▶ $V_4 = \{v_4\}$
- ▶ $V_5 = \{v_5\}$
- ▶ $V_6 = \{v_6\}$
- ▶ $V_7 = \{v_7\}$
- ▶ $V_8 = \{v_8\}$
- ▶ $V_9 = \{v_9\}$

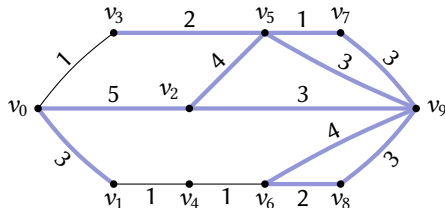


zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- ▶ $w = 1: \{v_4, v_6\}, \{v_5, v_7\}$
- ▶ $w = 2: \{v_3, v_5\}, \{v_6, v_8\}$
- ▶ $w = 3: \{v_0, v_1\}, \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- ▶ $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- ▶ $w = 5: \{v_0, v_2\}$

Knotenmengen
zur Zyklerkennung:

- ▶ $V_0 = \{v_0, v_3\}$
- ▶ $V_1 = \{v_1, v_4\}$
- ▶ $V_2 = \{v_2\}$
- ▶ $V_5 = \{v_5\}$
- ▶ $V_6 = \{v_6\}$
- ▶ $V_7 = \{v_7\}$
- ▶ $V_8 = \{v_8\}$
- ▶ $V_9 = \{v_9\}$

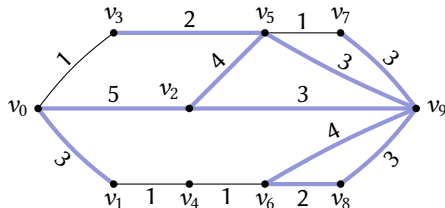


zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- ▶ $w = 1: \{v_5, v_7\}$
- ▶ $w = 2: \{v_3, v_5\}, \{v_6, v_8\}$
- ▶ $w = 3: \{v_0, v_1\}, \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- ▶ $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- ▶ $w = 5: \{v_0, v_2\}$

Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

- ▶ $V_0 = \{v_0, v_3\}$
- ▶ $V_1 = \{v_1, v_4, v_6\}$
- ▶ $V_2 = \{v_2\}$
- ▶ $V_5 = \{v_5\}$
- ▶ $V_7 = \{v_7\}$
- ▶ $V_8 = \{v_8\}$
- ▶ $V_9 = \{v_9\}$



zu verarbeitende Kanten, sortiert:

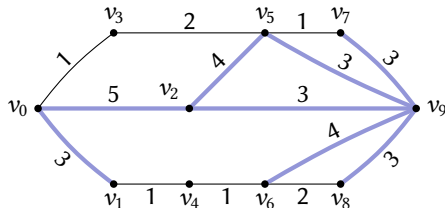
- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \{v_3, v_5\}, \{v_6, v_8\}$
- $w = 3: \{v_0, v_1\}, \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$

Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

- $V_0 = \{v_0, v_3\}$
- $V_1 = \{v_1, v_4, v_6\}$
- $V_2 = \{v_2\}$
- $V_5 = \{v_5, v_7\}$
- $V_8 = \{v_8\}$
- $V_9 = \{v_9\}$

- $V_0 = \{v_0, v_3, v_5, v_7\}$
- $V_1 = \{v_1, v_4, v_6\}$
- $V_2 = \{v_2\}$
- $V_8 = \{v_8\}$
- $V_9 = \{v_9\}$

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \{v_6, v_8\}$
- $w = 3: \{v_0, v_1\}, \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$

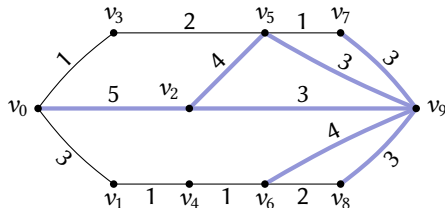


Knotenmengen zur Zykluserkennung:

- ▶ $V_0 = \{v_0, v_3, v_5, v_7\}$
- ▶ $V_1 = \{v_1, v_4, v_6, v_8\}$
- ▶ $V_2 = \{v_2\}$
- ▶ $V_9 = \{v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- ▶ $w = 1: \emptyset$
- ▶ $w = 2: \emptyset$
- ▶ $w = 3: \{v_0, v_1\}, \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- ▶ $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- ▶ $w = 5: \{v_0, v_2\}$

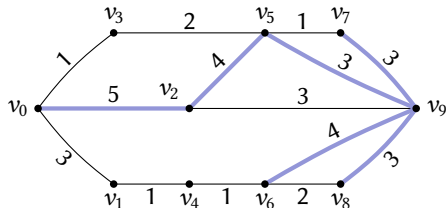


Knotenmengen zur Zykluserkennung:

- $V_0 = \{v_0, v_1, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$
- $V_2 = \{v_2\}$
- $V_9 = \{v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \emptyset$
- $w = 3: \{v_2, v_9\}, \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$

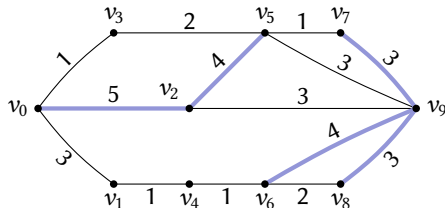


Knotenmengen zur Zykluserkennung:

- ▶ $V_0 = \{v_0, v_1, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$
- ▶ $V_2 = \{v_2, v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- ▶ $w = 1: \emptyset$
- ▶ $w = 2: \emptyset$
- ▶ $w = 3: \{v_5, v_9\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- ▶ $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- ▶ $w = 5: \{v_0, v_2\}$

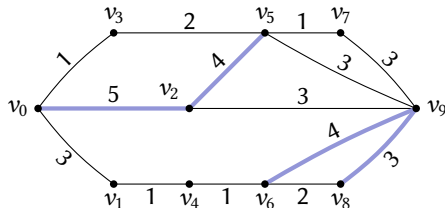


Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

► $V_0 =$
 $\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \emptyset$
- $w = 3: \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_9\}$
- $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$

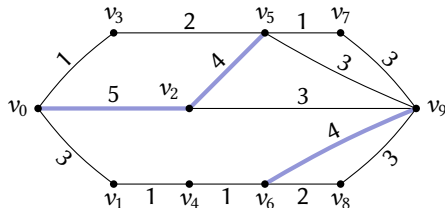


Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

► $V_0 =$
 $\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \emptyset$
- $w = 3: \{v_8, v_9\}$
- $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$

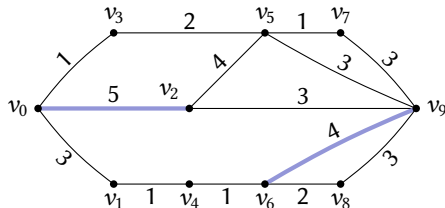


Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

► $V_0 =$
 $\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \emptyset$
- $w = 3: \emptyset$
- $w = 4: \{v_2, v_5\}, \{v_6, v_9\}$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$

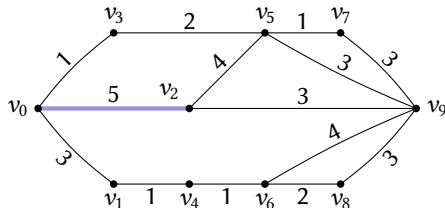


Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

► $V_0 =$
 $\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \emptyset$
- $w = 3: \emptyset$
- $w = 4: \{v_6, v_9\}$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$

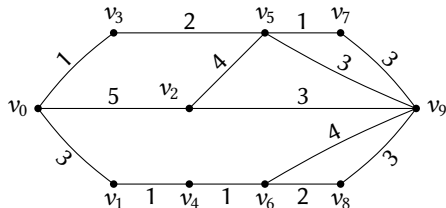


Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

► $V_0 =$
 $\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \emptyset$
- $w = 3: \emptyset$
- $w = 4: \emptyset$
- $w = 5: \{v_0, v_2\}$



Knotenmengen
zur Zykluserkennung:

► $V_0 =$
 $\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9\}$

zu verarbeitende Kanten, sortiert:

- $w = 1: \emptyset$
- $w = 2: \emptyset$
- $w = 3: \emptyset$
- $w = 4: \emptyset$
- $w = 5: \emptyset$

Kruskal-Algorithmus¹

Finde den minimalen Spannbaum des Graphen.

Initialisierung:

- Sortiere Kanten nach Gewicht.

Für jede noch zu betrachtende Kante (in der Reihenfolge d. Gewichts):

- Prüfe, ob die Kante einen Zyklus schließt.
- Falls nicht, füge sie in minimalen Spannbaum ein.

- ▶ Kruskal-Algorithmus am Beispiel eines ungerichteten, kantengewichteten Graphen
- ▶ Minimaler Spannbaum

Prof. Dr. Tom Vierjahn

► E-Mail: tom.vierjahn@w-hs.de

Visual Computing

► Web: <https://vc.w-hs.de>

► YouTube: Visual Computing WH

► Twitter: @VisComputingWH

Westfälische Hochschule

Fachbereich Wirtschaft und Informationstechnik

Campus Bocholt



Veröffentlicht unter der Creative-Commons-Lizenz

Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

SS 2020 – GIP2: Ausgewählte Algorithmen auf Graphen – Kruskal-Algorithmus –  – Dateiversion 29. Mai 2020, 10:37 – Seite